

# Reticulados Hiperbólicos Completos

Cintya Wink de Oliveira Benedito<sup>1</sup>,  
Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz<sup>2</sup>,  
J. Carmelo Interlando<sup>3</sup>, Reginaldo Palazzo Jr.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>IMECC-UNICAMP, <sup>2</sup>Unifal - Alfenas,  
<sup>3</sup>SDSU - San Diego, <sup>4</sup>FEEC-UNICAMP

## Resumo

A grosso modo, um reticulado é um conjunto discreto de pontos. Usualmente, reticulados são definidos em espaços euclidianos e desta forma, um reticulado é um conjunto discreto de pontos no  $\mathbb{R}^n$ . Porém, no plano euclidiano os únicos reticulados totalmente regulares são aqueles formados somente por triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares. Já se considerarmos reticulados em espaços hiperbólicos, podemos defini-los como conjuntos discretos de pontos em modelos hiperbólicos como  $\mathbb{H}^2$ , conhecido como semi-plano superior, ou  $\mathbb{D}^2$  conhecido como disco de Poincaré. Para o caso do plano hiperbólico existem infinitas possibilidades de reticulados regulares os quais estão associados a tesselações regulares  $\{p, q\}$ .

Nosso objetivo é encontrar o grupo que age transitivamente no polígono regular hiperbólico, os grupos fuchsianos, no intuito de gerar constelações de sinais no plano hiperbólico. Neste sentido, consideramos reticulados no plano hiperbólico, o qual é definido como uma ordem de uma álgebra dos quatérnios devido a associação destas ordens com um grupo fuchsiano. Um grupo fuchsiano  $\Gamma$  é um grupo discreto de isometrias no plano hiperbólico. Quando um grupo fuchsiano é derivado de uma álgebra dos quatérnios  $\mathcal{A} = (a, b)_{\mathbb{K}}$  cuja ordem dos quatérnios associada é  $\mathcal{O} = (a, b)_R$ , com  $a, b \in R$  e  $R$  é um anel de um corpo de números  $\mathbb{K}$ , então dizemos que  $\Gamma$  é um grupo fuchsiano aritmético. Destacamos a importância de que a ordem dos quatérnios a ser associada ao grupo fuchsiano seja a maximal, pois quando isto ocorre temos um rotulamento completo dos pontos da constelação de sinais obtida.

## Referências

- [1] S. Katok, *Fuchsian Groups*, The University of Chicago Press, Chicago, 1992.
- [2] J. Stillwell, *Geometry of Surfaces*, Springer-Verlag, 2000.
- [3] E.D. Carvalho, *Construção e Rotulamento de Constelações de Sinais Geometricamente Uniformes em Espaços Euclidianos e Hiperbólicos*, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP, 2001.
- [4] V.L. Vieira, *Grupos Fuchsianos Aritméticos Identificados em Ordens dos Quatérnios para a Construção de Constelações de Sinais*, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP, 2007.